

Лабораторная работа № 3

Синтез передаточной функции цифрового БИХ-фильтра с использованием аналогового прототипа

3.1. Цель работы

Изучить методику проектирования цифрового БИХ-фильтра с использованием аналогового фильтра-прототипа.

3.2. Подготовка к лабораторной работе

1) Повторить лекционный материал, относящийся к проектированию цифровых БИХ-фильтров с использованием аналогового фильтра-прототипа.

2) В соответствии с заданным вариантом задания (см. табл. 3.1) рассчитать передаточную функцию цифрового БИХ-фильтра.

В табл. 3.1 приняты обозначения, приведенные на рис. 3.1.

3) Найти особые точки передаточной функции (нули и полюсы) и изобразить примерный вид АЧХ проектируемого фильтра.

Таблица 3.1.

№ вар.	Тип фильт-ра	Характерные частоты, кГц					Ампл. параметры, дБ		Дополнит. условия
		f_{c1}	f_{c2}	f_{z1}	f_{z2}	f_d	H_c	H_z	
1	ФНЧ	1,5	—	3,0	—	8,0	-3	-40	—
2	ФВЧ	3,0	—	1,5	—	8,0	-3	-40	—
3	ФНЧ	0,1	—	0,3	—	1,0	-3	-20	Макс. гладкая АЧХ
4	ФНЧ	0,1	—	0,4	—	1,0	-3	-30	Макс. гладкая АЧХ
5	ФВЧ	1,0	—	0,3	—	5,0	-3	-30	Макс. гладкая АЧХ
6	ПФ	0,275	0,325	0,125	0,8	4,0	-3	-20	Макс. гладкая АЧХ
7	ФВЧ	0,4	—	0,1	—	1,0	-3	-30	Макс. гладкая АЧХ
8	ПФ	0,4	0,5	0,1	0,8	2,0	-3	-20	—
9	РФ	0,1	2,0	0,5	0,6	8,0	-3	-20	—
10	РФ	1,0	5,0	2,0	4,0	12,0	-3	-20	—

3.3. Методические указания по выполнению расчета

Расчет рекомендуется проводить в следующей последовательности.

1. Пересчитать параметры АЧХ заданного цифрового фильтра (ЦФ) в параметры АЧХ аналогового фильтра (АФ).

Примем следующие обозначения:

– для цифровых фильтров: $z = \exp(j\omega T)$, где $\omega = 2\pi f$ – текущее значение круговой частоты;

– для аналоговых фильтров: $p = j\Omega$, где $\Omega = 2\pi F$ – значение круговой частоты для аналогового фильтра-прототипа.

При пересчете данных от ЦФ к АФ сохраняются без изменения значения H_c и H_3 . Граничные частоты АЧХ ЦФ пересчитываются в соответствующие граничные частоты АЧХ АФ.

Пересчет осуществляется по формуле

$$\Omega_i = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega_i T}{2} \quad (3.1)$$

для круговых частот,
или по формуле

$$F_i = \frac{f_D}{\pi} \operatorname{tg} \left(\pi \frac{f_i}{f_D} \right), \quad (3.2)$$

для частот, измеряемых в герцах.

В (3.1) и (3.2) f_D – частота дискретизации, T – период дискретизации, $T = 1/f_D$.

Под индексом i следует понимать один из индексов: с, з, с1, с2, з1 или з2.

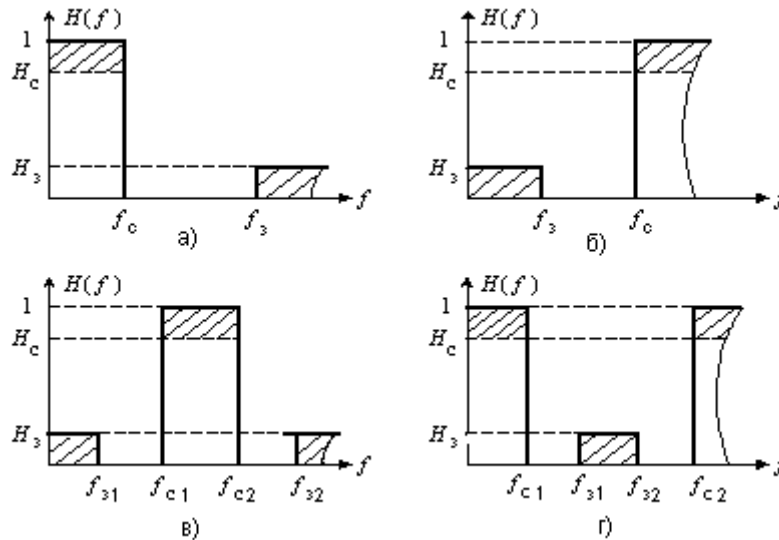


Рис. 3.1. Параметры АЧХ фильтров:

а) – фильтр нижних частот (ФНЧ); б) – фильтр верхних частот (ФВЧ); в) – полосовой фильтр (ПФ); г) – режекторный фильтр (РФ).

2. Перейти от аналогового фильтра заданного типа (НЧ, ВЧ, ПФ или РФ) к ФНЧ-прототипу.

ФНЧ-прототип описывается передаточной функцией $H(s)$, нормированной и по коэффициенту передачи и по частоте. Нормированную круговую частоту обозначим через v . Связь между оператором ФНЧ-прототипа $s = jv$ и оператором $p = j\Omega$, а также между нормированной частотой v и круговой частотой для каждого из заданных типов аналоговых фильтров определяется следующими выражениями.

– Для аналогового ФНЧ (частота среза F_C , частота задерживания F_3):

$$s = p/\Omega_C = p/(2\pi F_C), \quad v = \Omega/\Omega_C. \quad (3.3)$$

Частоты среза и задерживания ФНЧ-прототипа находятся по выражениям:

$$v_C = \Omega_C/\Omega_C = 1; \quad v_3 = \Omega_3/\Omega_C = F_3/F_C. \quad (3.4)$$

– Для аналогового ФВЧ (частота среза F_C , частота задерживания F_3):

$$s = \Omega_C/p, \quad v = \Omega_C/\Omega. \quad (3.5)$$

$$v_C = \Omega_C/\Omega_C = 1; \quad v_3 = \Omega_C/\Omega_3 = F_C/F_3. \quad (3.6)$$

– Для аналогового ПФ (частоты среза F_{C1}, F_{C2} , частоты задерживания F_{31}, F_{32}):

$$s = \frac{p^2 + \Omega_0^2}{\Delta\Omega \cdot p}, \quad v = \left| \frac{\Omega_{C1} \cdot \Omega_{C2} - \Omega^2}{(\Omega_{C2} - \Omega_{C1}) \cdot \Omega} \right| = \left| \frac{\Omega_0^2 - \Omega^2}{\Delta\Omega \cdot \Omega} \right|, \quad (3.7)$$

где $\Omega_0^2 = \Omega_{C1} \cdot \Omega_{C2}$, $\Delta\Omega = \Omega_{C2} - \Omega_{C1}$, $\Omega_{C1} = 2\pi F_{C1}$, $\Omega_{C2} = 2\pi F_{C2}$.

Подстановка в (3.7) значений $\Omega = \Omega_{C1}$ или $\Omega = \Omega_{C2}$ дает значение $v_C = 1$, а подстановка значений $\Omega = \Omega_{31}$ и $\Omega = \Omega_{32}$ дает два значения v_3 : v_{31} и v_{32} , из которых выбирают меньшее значение, так как оно с запасом обеспечит требуемое ослабление на границах полосы задерживания.

– Для аналогового РФ (частоты среза F_{C1}, F_{C2} , частоты задерживания F_{31}, F_{32}):

$$s = \frac{\Delta\Omega \cdot p}{p^2 + \Omega_P^2}, \quad v = \left| \frac{(\Omega_{C2} - \Omega_{C1}) \cdot \Omega}{\Omega_{C1} \cdot \Omega_{C2} - \Omega^2} \right| = \left| \frac{\Delta\Omega \cdot \Omega}{\Omega_P^2 - \Omega^2} \right|, \quad (3.8)$$

где $\Omega_p^2 = \Omega_{C1} \cdot \Omega_{C2}$, $\Delta\Omega = \Omega_{C2} - \Omega_{C1}$.

Подстановка в (3.8) значений $\Omega = \Omega_{C1}$ или $\Omega = \Omega_{C2}$ дает значение $v_C = 1$. Подстановка значений $\Omega = \Omega_{31}$ и $\Omega = \Omega_{32}$ дает два значения v_3 , из которых надо брать меньшее.

3. Определить порядок ФНЧ-прототипа и его передаточную функцию в виде произведения сомножителей 1-го и 2-го порядка.

В итоге расчета по предыдущему пункту становятся известными параметры ФНЧ-прототипа – частота среза $v_C = 1$, частота задерживания v_3 . Параметры H_C и H_3 берутся из ТЗ на цифровой фильтр (табл. 3.1). Порядок n передаточной функции ФНЧ-прототипа определяется по этим параметрам следующим образом.

Если выбран полином Баттерворта (максимально гладкая АЧХ), то порядок определяют по выражению

$$n = \frac{\lg\left(\frac{10^{0,1H_3} - 1}{10^{0,1H_C} - 1}\right)}{2 \lg v_3}, \quad (3.9)$$

где H_C и H_3 выражают в децибелах и в формулу подставляют абсолютные значения.

При использовании полиномов Чебышева порядок передаточной функции ФНЧ-прототипа определяют по выражению:

$$n = \frac{\text{Arch}\sqrt{[(10^{0,1H_3} - 1)/(10^{0,1H_C} - 1)]}}{\text{Arch}(v_3)}. \quad (3.10)$$

или по более удобному, хотя и менее точному выражению:

$$n \geq \frac{\lg\left[2 \left(\sqrt{\frac{10^{0,1H_3} - 1}{10^{0,1H_C} - 1}}\right)\right]}{\lg(2v_3)}. \quad (3.11)$$

Найденное значение n округляют до ближайшего целого большего числа.

По значению n из таблиц находят множители передаточной функции ФНЧ-прототипа. Эти множители приведены в табл.3.2 для полиномов Баттерворта и в табл. 3.3 для полиномов Чебышева.

Таблица 3.2

n	Полиномы знаменателя фильтров Баттерворта ($H_C = 3$ дБ)
1	$(1 + s)$
2	$(1 + 1,41s + s^2)$
3	$(1 + s)(1 + s + s^2)$
4	$(1 + 0,765s + s^2)(1 + 1,848s + s^2)$
5	$(1 + s)(1 + 0,618s + s^2)(1 + 1,618s + s^2)$
6	$(1 + 0,518s + s^2)(1 + 1,414s + s^2)(1 + 1,932s + s^2)$
7	$(1 + s)(1 + 0,445s + s^2)(1 + 1,247s + s^2)(1 + 1,802s + s^2)$

Таблица 3.3

n	Полиномы знаменателя фильтров Чебышева ($H_C = 3$ дБ)
1	$(1,002 + s)$
2	$(0,708 + 0,645s + s^2)$
3	$(0,299 + s)(0,839 + 0,299s + s^2)$
4	$(0,903 + 0,17s + s^2)(0,196 + 0,411s + s^2)$
5	$(0,178 + s)(0,936 + 0,11s + s^2)(0,377 + 0,287s + s^2)$
6	$(0,955 + 0,076s + s^2)(0,522 + 0,209s + s^2)(0,089 + 0,285s + s^2)$
7	$(0,126 + s)(0,966 + 0,056s + s^2)(0,627 + 0,158s + s^2)(0,204 + 0,228s + s^2)$

В качестве примера приведем запись передаточной функции, выражаемой полиномом Чебышева 3-го порядка:

$$H(s) = \frac{0,299 \cdot 0,839}{(s + 0,299)(s^2 + 0,299s + 0,839)}. \quad (3.12)$$

Числитель этого выражения равен значению знаменателя при $s = 0$.

4. Найти передаточную функцию цифрового фильтра.

На этом этапе от передаточной функции $H(s)$ ФНЧ-прототипа переходят к передаточной функции $H(z)$ искомого цифрового фильтра. Переход выполняют с использованием формул обобщенного билинейного преобразования.

Для цифрового ФНЧ в формуле для $H(s)$ s заменяется на выражение

$$s = \gamma \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}, \quad (3.13)$$

где

$$\gamma = \frac{2}{\Omega_C T} = \frac{2f_D}{\Omega_C} = \frac{f_D}{\pi F_C}. \quad (3.14)$$

Для цифрового ФВЧ

$$s = \gamma \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}}, \quad (3.15)$$

где

$$\gamma = \frac{\Omega_C T}{2} = \frac{\pi F_C}{f_D}. \quad (3.16)$$

Для цифрового ПФ

$$s = \gamma \frac{1 + 2\alpha z^{-1} + z^{-2}}{1 - z^{-2}}, \quad (3.17)$$

где

$$\gamma = \frac{(\Omega_0 / 2 f_D)^2 + 1}{\Delta\Omega / 2 f_D}, \quad (3.18)$$

$$\alpha = \frac{(\Omega_0 / 2 f_D)^2 - 1}{(\Omega_0 / 2 f_D)^2 + 1}. \quad (3.19)$$

Для цифрового РФ

$$s = \gamma \frac{1 - z^{-2}}{1 + 2\alpha z^{-1} + z^{-2}}, \quad (3.20)$$

где

$$\gamma = \frac{\Delta\Omega / 2 f_D}{(\Omega_P / 2 f_D)^2 + 1}, \quad (3.21)$$

$$\alpha = \frac{(\Omega_P / 2 f_D)^2 - 1}{(\Omega_P / 2 f_D)^2 + 1}. \quad (3.22)$$

5. Определить нули и полюсы передаточной функции $H(z)$.

3.4. Содержание работы

- 1) Вызвать программу *DFD*. Перейти в режим *Pole - Zero Placement* (*Размещение полюсов и нулей*).
- 2) Ввести рассчитанные при домашней подготовке значения нулей и полюсов передаточной функции.
- 3) Перейти в режим анализа. Задавая используемую при домашней подготовке частоту дискретизации, проанализировать графики АЧХ, ФЧХ, импульсной и переходной характеристик проектируемого фильтра, используя масштаб реальных частот и реального времени. Провести сравнение результатов анализа с данными задания на домашнюю подготовку. Сделать выводы.

Контрольные вопросы

- 1) Какие методы используются при синтезе передаточной функции цифрового БИХ-фильтра?
- 2) Назовите этапы проектирования цифрового БИХ-фильтра с использованием аналогового прототипа. Каково содержание каждого этапа?
- 3) Почему при определении параметров аналогового прототипа осуществляется пересчет параметров, заданных для цифрового фильтра?
- 4) Что такое билинейное преобразование? Когда оно используется?
- 5) Как с использованием передаточной функции цифрового БИХ - фильтра записать разностное уравнение фильтра? Как найти выражение для импульсной характеристики фильтра?